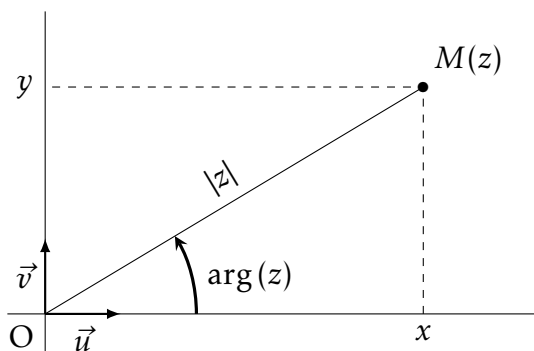


I. Nombres complexes

Dans le repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ le point $M(x, y)$, où $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, a pour affixe z .



- z a pour forme algébrique : $z = x + iy$
- partie réelle de z : $\operatorname{Re}(z) = x = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- partie imaginaire de z : $\operatorname{Im}(z) = y = \frac{z - \bar{z}}{2i}$
- le conjugué de z est : $\bar{z} = x - iy$
- le module de z est : $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Pour $z \neq 0$, en notant $\theta = \arg z$ son argument :

- z a pour forme trigonométrique :
 $z = |z|(\cos \theta + i \sin \theta)$
- z a pour forme exponentielle :
 $z = |z|e^{i\theta}$

Propriétés des conjugués pour $(z, z') \in \mathbb{C}^2$

$$\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$$

$$\begin{aligned} \overline{zz'} &= \bar{z} \cdot \bar{z}' \\ \overline{z^n} &= (\bar{z})^n \end{aligned}$$

Propriétés des modules pour $(z, z') \in \mathbb{C}^2$

- $z\bar{z} = |z|^2$
- $|z| = |\bar{z}|$
- pour $z \neq 0$, $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$
- $|zz'| = |z||z'|$
- $|z^n| = |z|^n$
- $|z + z'| \leq |z| + |z'|$
- Si A et B ont pour affixes respectives z_A et z_B , alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $z_B - z_A$, et la distance $AB = |z_B - z_A|$.

Propriétés des arguments pour $(z, z') \in \mathbb{C}^2$

- $\arg(-z) = \arg(z) + \pi$
- $\arg(\bar{z}) = -\arg(z)$
- $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z')$
- $\arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg(z)$
- $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$
- $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ colinéaires $\iff \frac{d-c}{b-a} \in \mathbb{R}$
- $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ perpendiculaires $\iff \frac{d-c}{b-a} \in i\mathbb{R}$

II. Équations du second degré

Soient a, b et c trois nombres réels ($a \neq 0$) et $\Delta = b^2 - 4ac$. L'équation $(E) : az^2 + bz + c = 0$ admet :

★ si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

★ si $\Delta = 0$, une solution réelle :

$$z_0 = \frac{-b}{2a}$$

★ si $\Delta < 0$, deux solutions complexes conjuguées :

guées :

$$z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad z_2 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta \neq 0$, alors $az^2 + bz + c = a(z - z_1)(z - z_2)$
- si $\Delta = 0$, alors $az^2 + bz + c = a(z - z_0)^2$
- $z_1 + z_2 = \frac{-b}{a}$
- $z_1 z_2 = \frac{c}{a}$

Si on résout l'équation (E) dans $\mathbb{R}$, elle admet des solutions (réelles) uniquement si $\Delta \geq 0$.

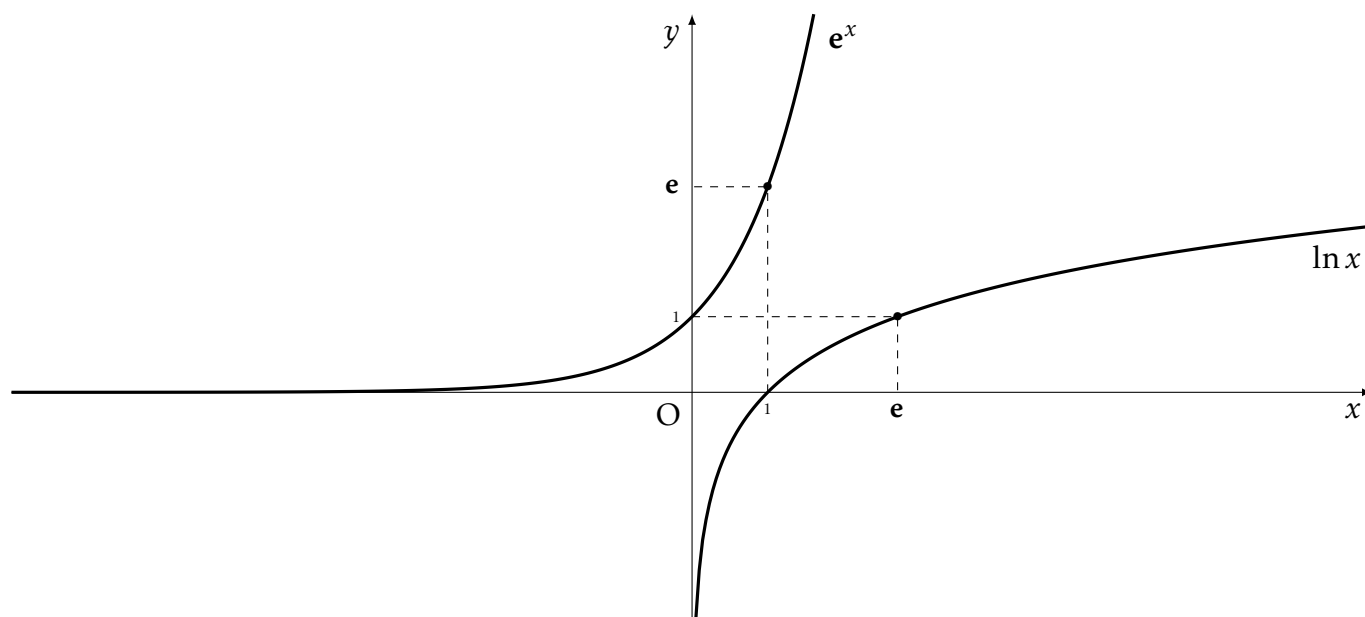
III. Équations différentielles

Soient a et b deux réels, avec $a \neq 0$.

— Les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $(E_0) : y' = ay$ sont les fonctions f définies dans $\mathbb{R}$ de la forme : $f(x) = ke^{ax}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

— Les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $(E) : y' = ay + b$ sont les fonctions f définies dans $\mathbb{R}$ de la forme : $f(x) = ke^{ax} - \frac{b}{a}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

IV. Fonctions usuelles



1. Fonction exponentielle

La fonction f , définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, vérifiant pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = f(x)$ et $f(0) = 1$, est appelée la fonction exponentielle.

Elle est notée : $\exp(x) = e^x$, pour $x \in \mathbb{R}$.

Pour tous réels x et y ,

- $e^0 = 1$ et $e^x > 0$
- $e^{x+y} = e^x \cdot e^y$
- $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$
- $(e^x)^y = e^{xy}$

Limites et croissances comparées pour $n \in \mathbb{N}^*$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$

2. Fonction logarithme

La primitive sur $]0; +\infty[$, qui s'annule en 1, de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$, est appelée la fonction logarithme.

Elle est notée : $\ln(x) = \int_1^x \frac{dt}{t}$, pour $x > 0$.

Pour tous réels $x > 0$, $y > 0$ et $n \in \mathbb{Q}$,

- $\ln(1) = 0$ et $\ln(e^1) = 1$
- $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$
- $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$
- $\ln(x^n) = n \ln(x)$

Limites et croissances comparées pour $n \in \mathbb{N}^*$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow 0} x^n \ln x = 0$