

Plan d'étude d'une fonction $y = f(x)$

- 1 Détermination du domaine de définition de f et des domaines où f est continue, dérivable, de classe C^∞ par application des théorèmes généraux sur les fonctions de classe C^∞ .
- 2 Restriction éventuelle du domaine d'étude de f par des considérations de périodicité et de symétries (p. ex. : (im)parité, $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \pm f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, etc.).
À chaque étape, préciser la nouvelle restriction apportée ainsi que le moyen d'obtenir la courbe sur l'ancien domaine à partir de son tracé sur sa seule restriction.
- 3 Étude aux bornes du domaine d'étude :
 - On ne détaille que le calcul des limites mettant en jeu une forme indéterminée qui ne figure pas parmi les limites à connaître. On utilisera des équivalents et des développements limités.
 - Étude des branches infinies :
 - ★ si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b, b \in \mathbb{R} \rightarrow$ asymptote horizontale d'équation $y = b$,
 - ★ si $\lim_{x \rightarrow a^\pm} f(x) = \pm\infty, a \in \mathbb{R} \rightarrow$ asymptote verticale d'équation $x = a$,
 - ★ si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$, on étudie le rapport $\frac{f(x)}{x}$:
 - (a) si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 0 \rightarrow$ BPO x^1 (p. ex. : $x \mapsto \sqrt{x}, x \mapsto \ln x$ au voisinage de $+\infty$),
 - (b) si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \pm\infty \rightarrow$ BPO y^2 (p. ex. : $x \mapsto x^2, x \mapsto e^x$ au voisinage de $+\infty$),
 - (c) si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a, a \in \mathbb{R}^* \rightarrow$ DA 3 d'équation $y = ax$, on étudie la quantité $f(x) - ax$:
 - si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - ax = \pm\infty \rightarrow$ branche parabolique de direction $y = ax$,
 - si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - ax = b, b \in \mathbb{R} \rightarrow$ asymptote (oblique) d'équation $y = ax + b$,
on cherche alors la position de la courbe par rapport à l'asymptote :
 - si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - ax - b = 0^+ \rightarrow$ la courbe est au-dessus de l'asymptote,
 - si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - ax - b = 0^- \rightarrow$ la courbe est en dessous de l'asymptote.
 - Étude des points d'arrêts : prolongements par continuité éventuels, dérivabilité éventuelle en un point où les théorèmes généraux ne s'appliquent pas avec l'étude de $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x \neq a}} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ ou théorème de passage à la limite sur la dérivée.
- 4 Calcul de la dérivée f' et tableau de variation.
- 5 Tracé de la courbe, en plaçant les asymptotes et les tangentes aux points remarquables.
- 6 Si la fonction f n'est pas trop moche, on peut vérifier la courbe tracée avec sa calculatrice.

1. Branche parabolique de direction Ox
 2. Branche parabolique de direction Oy
 3. Direction asymptotique